УДК 621.391, 621.396, 621.369

***С. В. Молостова, К. В. Власова***
***В. А. Бессонов, И. В. Либерман***

# МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРНОГО СИГНАЛА С МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ПОМЕХОЙ

*Показано, что нестационарность параметров составляющих ионосферного сигнала приводит к мультипликативной помехе, оказывающей значительное влияние на получение достоверных данных при приеме ионосферных сигналов. Дана оценка дисперсии амплитуд при приеме ионосферных сигналов с мультипликативной помехой. Представлены результаты исследования эффективности методов доплеровской фильтрации при приеме ионосферных сигналов.*

*It is shown that unsteadiness parameters of components of the ionospheric signal leads to multiplicative noise. It largely affects the reliable data when receiving ionospheric signals. The estimation of the variance of the amplitudes for the reception of ionospheric signals with multiplicative noise. The results of studying the effectiveness of the methods of Doppler filtering when receiving ionospheric signals.*

**Ключевые слова:** ионосфера, распространение радиоволн, теория оптимального приема, мультипликативная помеха, доплеровская фильтрация.

**Key words:** ionosphere, radio wave propagation, the theory of optimal reception, the multiplicative noise, Doppler filtering.

При ионосферном распространении радиоволн в точку приема приходит несколько лучей, отраженных от разных областей (слоев) ионосферы. Однако каждый отраженный луч не является стационарным во времени: его параметры меняются в зависимости от времени и состояния ионосферы. Амплитуда отдельного луча меняется в зависимости от поглощения, внутримодовой интерференции, факторов фокусировки, дефокусировки, от рассеяния и поляризации. Фазовая длина траектории также варьирует в зависимости от геометрического изменения длины траектории при пересечении траектории луча отдельными неоднородностями ионосферы. Это приводит к изменению начальной фазы отдельного луча и к доплеровскому сдвигу частоты отдельного луча. Таким образом, отдельные лучи ионосферного сигнала имеют как амплитудные, так и частотные изменения. Квазипериод их изменений практически одинаков. Это требует создания новых методов обработки ионосферных сигналов.

Метод максимального правдоподобия, а также классический метод доплеровской фильтрации позволяют решать задачу частотного разделения лучевой структуры сигнала при условии стационарности его параметров. Однако для приема ионосферных сигналов данный метод оказывается неприемлемым. Вследствие нестационарности возникает сильная мультипликативная помеха, которая приводит к существенному уменьшению максимума функционала правдоподобия. Результаты обработки при этом становятся недостоверными. В настоящее время методов обработки сигналов с мультипликативной помехой практически не существует.

В данной статье представлены анализ влияния мультипликативной помехи на обработку ионосферных сигналов и экспериментальные данные, подтверждающие существенное снижение эффективности обработки ионосферных сигналов.

Примем в качестве модели сигнала при ионосферном распространении радиоволн следующую:



$$\widehat{S}(\overline{\lambda},t)=\sum_{m=1}^{M}\widehat{U}_m(t)\exp(i\omega_m(t)t)\,, \tag{1}$$

где $\widehat{U}_m(t)$ – амплитуда $m$ – составляющей сигнала; $\omega_m(t)$ – круговая частота $m$-составляющей ионосферного сигнала, также выступает функцией времени.

Временные зависимости амплитуды и частоты отдельных лучей ионосферного сигнала определяют модуляционные изменения, которые в общем случае являются неизвестными. Тогда логарифм функции правдоподобия может быть записан в следующем виде:

$$\ln\left(L(\overline{\lambda}')\right)=-\frac{1}{2\sigma^2\tau_{\text{К}}}\int_0^T\left|\widehat{y}(t)-\sum_{m=1}^{M}\widehat{U}'_m(t)\exp\left(i\omega'_m(t)t\right)\right|^2 dt. \tag{2}$$

При такой общей постановке решение основных задач при помощи теории оптимального приема оказывается сложным. В этих случаях рекомендуется сначала провести статистическое усреднение логарифма функции правдоподобия [1], а затем – решение задач при помощи теории оптимального приема. Однако при таком подходе оптимальность решения существенно теряется. В качестве нулевого приближения можно рассматривать стационарную модель сигнала

$$\widehat{S}(\overline{\lambda},t)=\sum_{m=1}^{M}\widehat{U}_m\exp(i\omega_m t)\,. \tag{3}$$

Здесь амплитуда и частота сигнала не меняются на интервале обработки. Но при этом не будет соответствия левой и правой частей аргумента логарифма функции правдоподобия. Принятое сообщение тогда будет иметь следующий вид:

$$\widehat{y}(t)=\sum_{m=1}^{M}\widehat{U}_m(t)e^{i\omega_m(t)t}+\widehat{U}_ш(t)=\sum_{m=1}^{M}\widehat{U}_{0m}e^{i\omega_{0m}t}\mu_m(t)+\widehat{U}_ш(t)\,, \tag{4}$$

где $\widehat{U}_{0m}$, $\omega_{0m}$ – комплексная стационарная амплитуда и частота $m$-составляющей сигнала; $\mu_m(t)=\dfrac{\widehat{U}_m(t)}{\widehat{U}_{0m}}e^{i(\omega_m(t)-\omega_{0m})t}$ – мультипликативная помеха.

При ионосферном распространении радиоволн мультипликативная помеха становится основной. Она определяет дополнительные линии спектра сигнала и значение максимума функционала. В теоретическом плане методы обработки сигналов при наличии мультипликативной помехи практически в литературе не описаны. Логарифм функции правдоподобия при нулевом приближении можно записать в виде:

$$\ln\left(L(\bar{\lambda}',t)\right) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_K}\int_0^T \left|\hat{y}(t) - \sum_{m=1}^{M}\hat{U}'_{0m}\exp\left(i\omega'_{0m}t\right)\right|^2 dt \,. \tag{5}$$

В этом случае сигнал определен выражением (3). Для увеличения степени соответствия левой и правой частей функционала можно использовать модель с амплитудой, меняющейся по известному закону, но с постоянной частотой. В этом случае логарифм функции правдоподобия будет иметь вид:



$$\ln\left(L(\bar{\lambda}',t)\right) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_K}\int_0^T \left|\hat{y}(t) - \sum_{m=1}^{M}\hat{U}'_{0m} f_m(t)\exp\left(i\omega'_{0m}t\right)\right|^2 dt \,, \tag{6}$$

где $f_m(t)$ — известная функция изменения амплитуды с различными параметрами.

Однако усложнение вида функций сигнала в правой части приводит к существенному усложнению решения. Покажем это на примере однолучевого и двулучевого сигнала. При однолучевом сигнале логарифм функции правдоподобия запишется в виде:

$$\ln\left(L(\bar{\lambda},t)\right) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_K}\int_0^T \left|\hat{y}(t) - \hat{U}'_0 f(t)\exp\left(i\omega't\right)\right|^2 dt \,. \tag{7}$$

Принятое сообщение определяется выражением

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0\mu(t)\exp\left(i\omega_0 t\right) + \hat{U}_ш \,,$$

где $\mu(t)$ — функция, определяющая эффект модуляции сигнала за счет изменения ионосферных параметров (мультипликативная помеха).

Дифференцируя (7) по амплитуде $\hat{U}'_0$ и приравнивая дифференциал к нулю, получим

$$\hat{U}'_0 = \frac{\int_0^T \hat{y}(t) f(t)\exp\left(i\omega't\right)dt}{\int_0^T f^2(t)dt} \,. \tag{8}$$

Подставляя выражение(8) в (7) получим зависимость функционала правдоподобия от частоты $\omega'$ и функции $f(t)$:

$$\Delta = \overline{\left|\hat{y}(t)\right|^2} - \hat{U}'_0\,\overline{\hat{y}^*(t) f(t)\exp\left(i\omega't\right)} \,. \tag{9}$$

Второе слагаемое определяет функцию корреляции принятого сообщения $\hat{y}^*(t)$ и формы сигнала $f(t)\exp\left(i\omega't\right)$. Если они совпадают, то функционал (9) будет иметь минимальное значение, определяемое дисперсией аддитивного шума $\sigma^2$. Если различия между принятым сообщением и формой сигнала существенные, тогда коэффициент корреляции близок к нулевому значению и функционал Δ практически равен $\overline{\left|\hat{y}(t)\right|^2}$. Удобнее работать с нормированным обратным функционалом

$$\Delta 1=\left(1-\frac{\hat{U}'_0\,\overline{\hat{y}^*(t)f(t)\exp\left(i\omega' t\right)}}{\overline{\left|\hat{y}(t)\right|^2}}\right)^{-1}. \tag{10}$$

В этом случае функционал Δ1 меняется в пределах от 1 до $\infty$. При Δ1 = 1 принятое сообщение и форма сигнала имеют коэффициент корреляции, равный нулю. Если коэффициент корреляции равен 1, тогда значение функционала будет определяться отношением энергии сигнала к дисперсии аддитивного шума:



$$\Delta 1\approx\frac{\left|\hat{U}_0\right|^2\overline{f^2(t)}}{\sigma^2}\ \text{при}\ \mu(t)\equiv f(t). \tag{11}$$

Таким образом, в зависимости от того, насколько правильно отображает функция $f(t)$ изменения амплитуды ионосферного сигнала, значение функционала Δ1 будут меняться. Следовательно, подбирая функциональную зависимость $f(t)$ в виде простых функций можно оценивать степень их соответствия реальной модулирующей функции по значению функционала Δ1.

Рассмотрим случай приема двух лучей ионосферного сигнала. Принятое сообщение запишем в виде

$$\hat{y}(t)=\hat{U}_1\varphi_1(t)e^{i\omega_1 t}+\hat{U}_2\varphi_2(t)e^{i\omega_2 t}. \tag{12}$$

Логарифм функции правдоподобия представим как

$$\ln\left(L(\bar{\lambda},t)\right)=-\frac{1}{2\sigma^2\tau_K}\int_0^T\left|\hat{y}(t)-\hat{U}'_1 f_1(t)e^{i\omega_1 t}-\hat{U}'_2 f_2(t)e^{i\omega_2 t}\right|^2 dt. \tag{13}$$

Дифференцируя (13) по амплитудам $\hat{U}'_1$ и $\hat{U}'_2$ и приравнивая дифференциалы к нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}\overline{\hat{y}(t)f_1(t)e^{-i\omega'_1 t}}&=\hat{U}'_1\,\overline{f_1^2(t)}+\hat{U}'_2\,\overline{f_1(t)f_2(t)e^{-i(\omega'_2-\omega'_1)t}};\\ \overline{\hat{y}(t)f_2(t)e^{-i\omega'_1 t}}&=\hat{U}'_1\,\overline{f_1(t)f_2(t)e^{-i(\omega'_2-\omega'_1)t}}+\hat{U}'_2\,\overline{f_2^2(t)},\end{aligned} \tag{14}$$

где черта сверху означает интегрирование в пределах 0 ÷ T.

Решением этой систем уравнений будут следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\hat{U}'_1&=\frac{\overline{\hat{y}(t)f_1(t)e^{-i\omega'_1 t}}\,\overline{f_2^2(t)}-\left|\hat{R}\right|\overline{\hat{y}(t)f_2(t)e^{-i\omega'_2 t}}}{\overline{f_1^2(t)}\,\overline{f_2^2(t)}-\left|\hat{R}\right|^2};\\ \hat{U}'_2&=\frac{\overline{\hat{y}(t)f_2(t)e^{-i\omega'_2 t}}\,\overline{f_1^2(t)}-\left|\hat{R}\right|^*\overline{\hat{y}(t)f_1(t)e^{-i\omega'_1 t}}}{\overline{f_1^2(t)}\,\overline{f_2^2(t)}-\left|\hat{R}\right|^2},\end{aligned} \tag{15}$$

где $\widehat{R} = \overline{f_1(t) f_2(t) e^{-i(\omega'_2 - \omega'_1)t}}$ — функция корреляции двух составляющих ионосферного сигнала.

Подставляя решения (15) в функционал правдоподобия (13) получим:

$$\Delta\left(\omega'_1, \omega'_2\right) = \overline{\left|\widehat{y}(t)\right|^2} - \widehat{U}'_1 \overline{\widehat{y}^*(t) f_1(t) e^{i\omega'_1 t}} - \widehat{U}'_2 \overline{\widehat{y}^*(t) f_2(t) e^{i\omega'_2 t}}. \qquad (16)$$

Данный функционал зависит от функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и от частот $\omega'_1$, $\omega'_2$. Он представляет собой поверхность в двумерном пространстве $\omega'_1$, $\omega'_2$, минимум которой зависит от функций $f_1(t)$, $f_2(t)$, от их близости к функциям $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$.



Таким образом, значение функционала в зависимости от степени соответствия функций $\varphi_1(t)$ и $f_1(t)$, а также $\varphi_2(t)$ и $f_2(t)$ будет меняться в пределах от единицы до отношения сигнал/шум по мощности.

### *Список литературы*

1. *Перов А.И.* Статистическая теория радиотехнических систем : учебное пособие для вузов. М., 2003.

2. *Пахотин В.А., Бессонов В.А., Молостова С.В., Власова К.В.* Теоретические основы оптимальной обработки сигналов : курс лекций для радиофизических специальностей. Калининград, 2008.

### Об авторах

Светлана Валерьевна Молостова — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Ксения Валерьевна Власова — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота, Калининград.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Владимир Александрович Бессонов — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: VBessonov@kantiana.ru

Ирина Владимировна Либерман — канд. физ.-мат. наук, ст. преп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: VPakhotin@kantiana.ru

### About authors

Svetlana Molostova — PhD, associate professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Ksenia Vlasova — PhD, associate professor, Baltic State Academy RF.
E-mail: p_ksenia@mail.ru

Vladimir Bessonov – PhD, associate professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: VBessonov@kantiana.ru

Irina Liberman – PhD, read., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: VPakhotin@kantiana.ru